

Examen d'Ingénierie des Connaissances (Correction)

mardi 15 décembre 2015 – durée 2h

Les graphes en Recherche Opérationnelle (15 pts, 1h40)

Exercice 1 : Application du cours – Diamètre de graphe

(1) Une des méthodes possibles :

- ★ Soit 1 la valeur de chaque arête du graphe.
- ★ La matrice des poids est donc égale à la matrice d'adjacence M .
- ★ Application de l'algorithme de Floyd-Warshall pour déterminer les distances entre tous les sommets.
- ★ L'élément maximal de la matrice des distances est le diamètre de G .

(2)

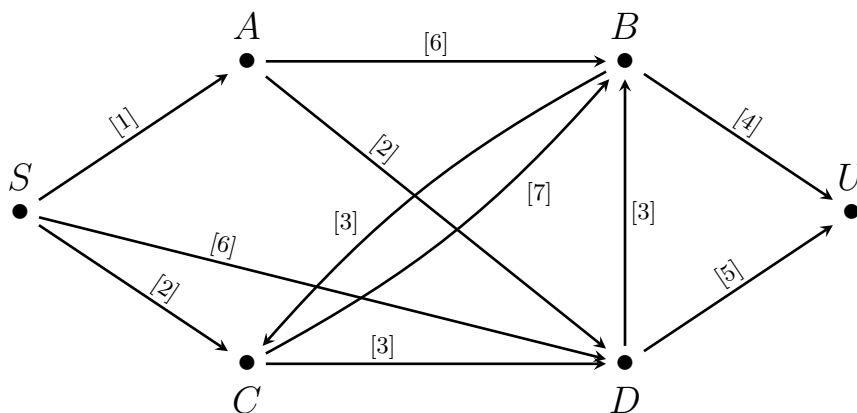
$$M = D_0 = D_1 = D_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 0 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 0 & \infty & 1 \\ \infty & \infty & 1 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$D_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & \infty \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & \infty \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \infty \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; \quad D_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = D_5 = D_6$$

Le diamètre du graphe poisson est 3.

Exercice 2 : Routage optimal

(1) Ce problème de routage correspond à un problème de flot maximum dans un réseau de transport. L'algorithme de Ford-Fulkerson est utilisé pour sa résolution.

(2) Représentation du réseau de transport correspondant :



Partant d'un flot nul, il est possible par l'algorithme de Ford-Fulkerson de rechercher successivement les chaînes améliorantes et augmenter le flot autant que possible.

- ★ la chaîne améliorante (S, D, U) améliore le flot de 5 ;
- ★ la chaîne améliorante (S, D, B, U) améliore le flot de 1 ;
- ★ la chaîne améliorante (S, C, B, U) améliore le flot de 2 ;

- ★ la chaîne améliorante (S, A, B, B, U) améliore le flot de 1 ;
- ★ plus aucune chaîne améliorante ne peut être trouvée.

(3) Le flot maximal étant de 9, le débit maximal fourni à l'utilisateur est de 9 Mo/s. Ce débit provient de la route (S, D, U) pour 5 Mo/s, (S, C, B, U) pour 2 Mo/s, (S, D, B, U) pour 1 Mo/s et (S, A, B, B, U) pour 1 Mo/s.

Exercice 3 : Livraisons transalpines

- (1) Pour déterminer le meilleur chemin, un algorithme de parcours de graphe en largeur est utilisé.
- (2) Nous utilisons l'algorithme de Dijkstra pour rechercher le plus court chemin entre Berne et Milan. Le meilleur chemin est Berne – Innertkirchen – Wasseau – Andermatt – Cadenazzo – Milan, pour une durée moyenne de 321 minutes.
- (3) L'algorithme de Dijkstra ne permet pas la recherche de chemin maximum. Il est nécessaire de parcourir le graphe en largeur avec un algorithme moins performant, tel que l'algorithme de Bellman ou l'algorithme de Ford. Ces algorithmes ne proposent pas une complexité polynomiale et peuvent contraindre à des passages multiples sur de mêmes nœuds.