Les graphes en Recherche Opérationnelle

Exercice d'application 1
De la porte d'Orléans à la Chapelle

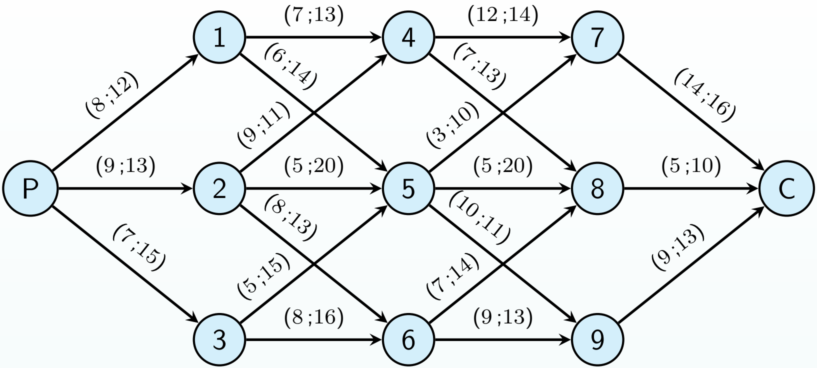
Damien Leprovost

Laboratoire LIMICS
Inserm – UPMC – Paris 13
http://www.damien-leprovost.fr

De la porte d'Orléans à la Chapelle

- Une navette de travail effectue tous les jours le trajet de la Porte d'Orléans à la Chapelle
- 9 places sont identifiées comme autant de points de passage possibles
- Entre chacune d'entre-elles, les temps minimaux et maximaux de parcours sont connus, en fonction des aléas du trafic
- Le gérant de l'entreprise cherche à optimiser le trajet de la navette

De la porte d'Orléans à la Chapelle



1. Quel est le nombre d'itinéraire possible ? *(expliquer la méthode)*
2. Quel est le pire trajet dans le pire des cas ? *(écrire l'algorithme)*
3. Quel est le trajet le plus optimiste ? Donner la marge de fluctuation. *(énoncer le problème avant de résoudre)*
4. Quel est le trajet le plus prudent ? Donner la marge de fluctuation.
5. Quel est le trajet le plus stable ? Donner la marge de fluctuation.
6. Comparez les 3 trajets et leurs marges de fluctuation.

Nombre de chemins : solution matricielle

- Nous savons que :
  - pour M matrice des successeurs de G, $M^{\alpha}_{(i,j)}$ nombre de chemins uniques de longueur α de i à j ;
  - en l'absence de circuit, $\exists n_0, \forall n \geq n_0, M^{n}_{(i,j)} = 0$;
- Il existe donc une somme finie de $\sum\limits_{n=1}^{n_0} M^{n}_{(P,C)}$, ensemble des chemins de P à C.

Nombre de chemins : solution matricielle

$$M = \begin{array}{c|ccccccccccc|}
 & P & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & C \\
\hline
P & - & 1 & 1 & 1 & - & - & - & - & - & - & - \\
1 & - & - & - & - & 1 & 1 & - & - & - & - & - \\
2 & - & - & - & - & 1 & 1 & 1 & - & - & - & - \\
3 & - & - & - & - & - & 1 & 1 & - & - & - & - \\
4 & - & - & - & - & - & - & - & 1 & 1 & - & - \\
5 & - & - & - & - & - & - & - & 1 & 1 & 1 & - \\
6 & - & - & - & - & - & - & - & - & 1 & 1 & - \\
7 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 1 \\
8 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 1 \\
9 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 1 \\
C & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
\hline
\end{array}$$

$$M_{(P,C)} = 0$$

Nombre de chemins : solution matricielle

$$
M^2 = \begin{array}{c|ccccccccccc|}
 & P & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & C \\
\hline
P & - & - & - & - & 2 & 3 & 2 & - & - & - & - \\
1 & - & - & - & - & - & - & - & 2 & 2 & 1 & - \\
2 & - & - & - & - & - & - & - & 2 & 3 & 2 & - \\
3 & - & - & - & - & - & - & - & 1 & 2 & 2 & - \\
4 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 2 \\
5 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 3 \\
6 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 2 \\
7 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
8 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
9 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
C & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
\hline
\end{array}
$$

$M_{(P,C)} = 0\,;\; M^2_{(P,C)} = 0$

Nombre de chemins : solution matricielle

$$M^3 = \begin{array}{c|ccccccccccc|}
 & P & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & C \\
\hline
P & - & - & - & - & - & - & - & 5 & 7 & 5 & - \\
1 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 5 \\
2 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 7 \\
3 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 5 \\
4 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
5 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
6 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
7 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
8 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
9 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
C & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
\hline
\end{array}$$

$$M_{(P,C)} = 0\,;\; M^2_{(P,C)} = 0\,;\; M^3_{(P,C)} = 0$$

Nombre de chemins : solution matricielle

$$
M^4 = \begin{array}{c|ccccccccccc|}
 & P & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & C \\
\hline
P & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & 17 \\
1 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
2 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
3 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
4 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
5 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
6 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
7 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
8 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
9 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
C & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
\hline
\end{array}
$$

$M_{(P,C)} = 0\,;\ M^2_{(P,C)} = 0\,;\ M^3_{(P,C)} = 0\,;\ M^4_{(P,C)} = 17$

Nombre de chemins : solution matricielle

$$M^5 = \begin{array}{c|ccccccccccc|}
 & P & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & C \\ \cline{2-12}
P & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
1 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
2 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
3 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
4 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
5 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
6 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
7 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
8 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
9 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\
C & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ \cline{2-12}
\end{array}$$

$$M_{(P,C)} = 0\,;\; M^2_{(P,C)} = 0\,;\; M^3_{(P,C)} = 0\,;\; M^4_{(P,C)} = 17\,;\; M^5_{(P,C)} = 0$$

Nombre de chemins : solution récursive

- Le nombre de chemins entre x et y est égal à la somme des chemins entre les successeurs de x et y.

$$
\begin{aligned}
&P(P) = P(1) + P(2) + P(3)\\
&P(1) = P(4) + P(5)\\
&P(2) = P(4) + P(5) + P(6)\\
&P(3) = P(5) + P(6)\\
&P(4) = P(7) + P(8)\\
&P(5) = P(7) + P(8) + P(9)\\
&P(6) = P(8) + P(9)\\
&P(7) = P(C)\\
&P(8) = P(C)\\
&P(9) = P(C)\\
&P(C) = 1
\end{aligned}
$$

Nombre de chemins : solution récursive

- Le nombre de chemins entre x et y est égal à la somme des chemins entre les successeurs de x et y.

$P(P) = P(1) + P(2) + P(3)$
$P(1) = P(4) + P(5)$
$P(2) = P(4) + P(5) + P(6)$
$P(3) = P(5) + P(6)$
$P(4) = P(7) + P(8)$
$P(5) = P(7) + P(8) + P(9)$
$P(6) = P(8) + P(9)$
$P(7) = P(C) = 1$
$P(8) = P(C) = 1$
$P(9) = P(C) = 1$
$P(C) = 1$

Nombre de chemins : solution récursive

- Le nombre de chemins entre x et y est égal à la somme des chemins entre les successeurs de x et y.

$P(P) = P(1) + P(2) + P(3)$
$P(1) = P(4) + P(5)$
$P(2) = P(4) + P(5) + P(6)$
$P(3) = P(5) + P(6)$
$P(4) = P(7) + P(8) = 2$
$P(5) = P(7) + P(8) + P(9) = 3$
$P(6) = P(8) + P(9) = 2$
$P(7) = P(C) = 1$
$P(8) = P(C) = 1$
$P(9) = P(C) = 1$
$P(C) = 1$

Nombre de chemins : solution récursive

- Le nombre de chemins entre x et y est égal à la somme des chemins entre les successeurs de x et y.

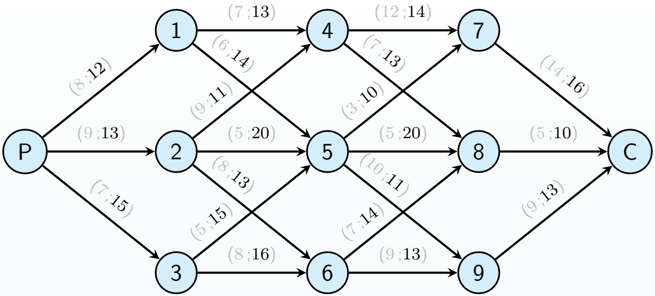
$$P(P) = P(1) + P(2) + P(3)$$
$$P(1) = P(4) + P(5) = 5$$
$$P(2) = P(4) + P(5) + P(6) = 7$$
$$P(3) = P(5) + P(6) = 5$$
$$P(4) = P(7) + P(8) = 2$$
$$P(5) = P(7) + P(8) + P(9) = 3$$
$$P(6) = P(8) + P(9) = 2$$
$$P(7) = P(C) = 1$$
$$P(8) = P(C) = 1$$
$$P(9) = P(C) = 1$$
$$P(C) = 1$$

Nombre de chemins : solution récursive

- Le nombre de chemins entre x et y est égal à la somme des chemins entre les successeurs de x et y.

$P(P) = P(1) + P(2) + P(3) = 17$
$P(1) = P(4) + P(5) = 5$
$P(2) = P(4) + P(5) + P(6) = 7$
$P(3) = P(5) + P(6) = 5$
$P(4) = P(7) + P(8) = 2$
$P(5) = P(7) + P(8) + P(9) = 3$
$P(6) = P(8) + P(9) = 2$
$P(7) = P(C) = 1$
$P(8) = P(C) = 1$
$P(9) = P(C) = 1$
$P(C) = 1$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

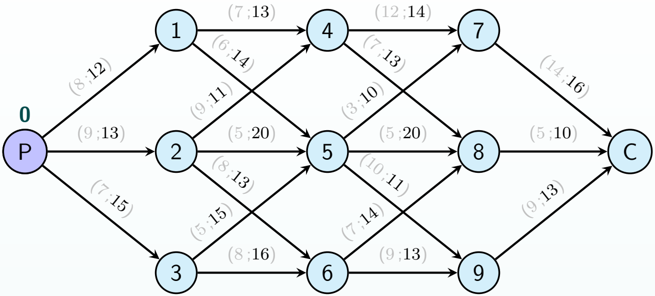
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

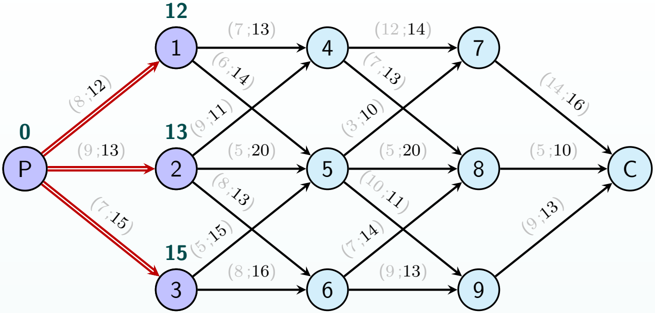
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

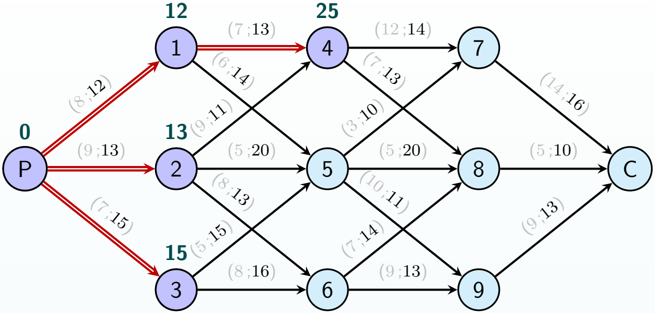
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

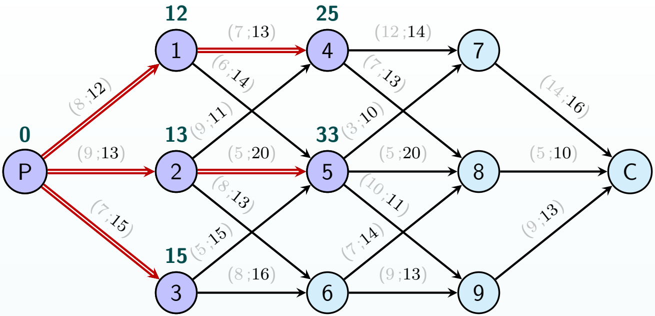
Tant que $M \neq X$ faire

    Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

    $\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

    $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

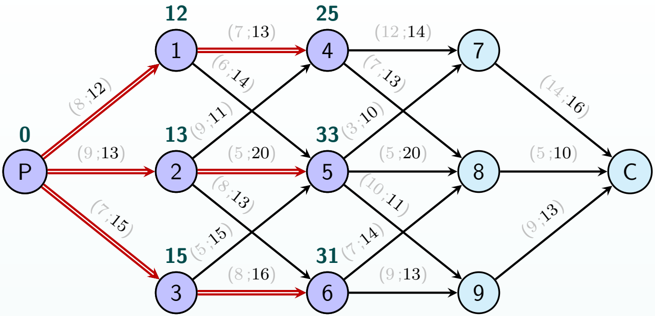
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

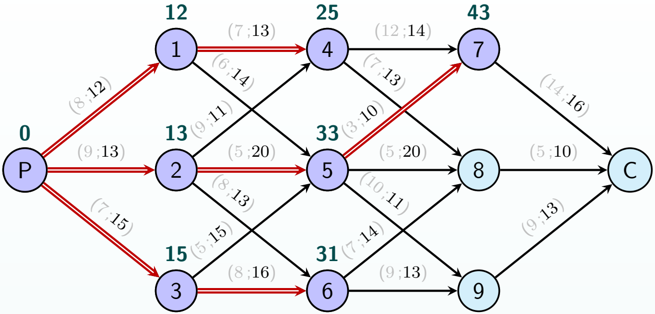
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

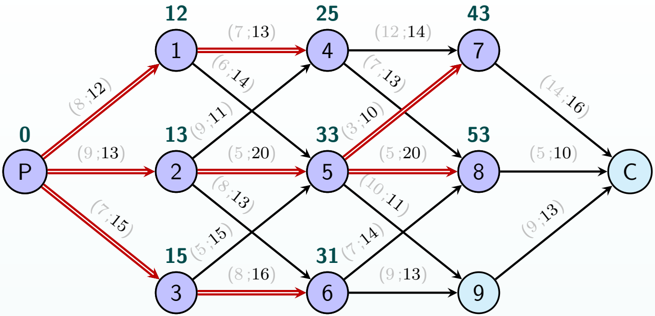
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

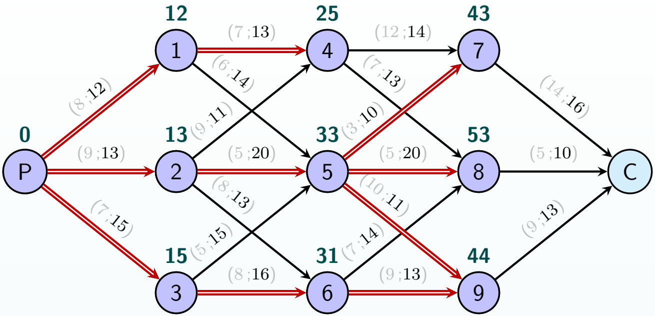
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

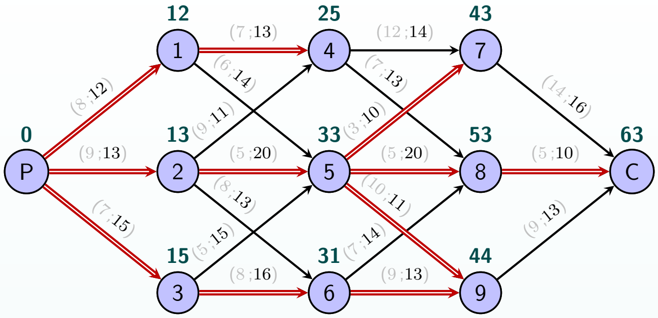
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

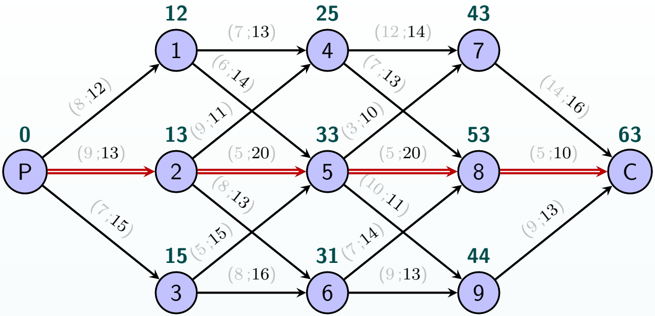
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \max_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Pire des cas



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

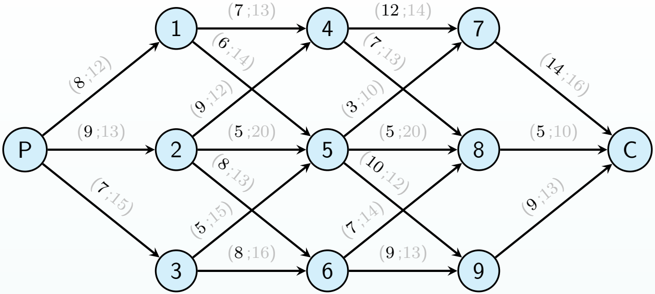
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \max\limits_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0$; $M \leftarrow \{x_1\}$

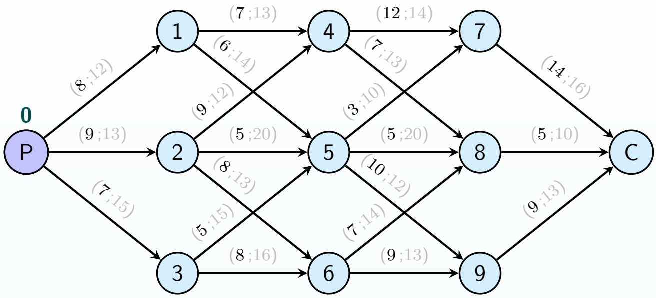
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

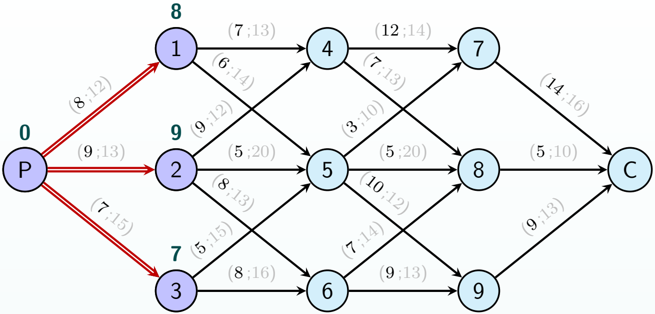
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

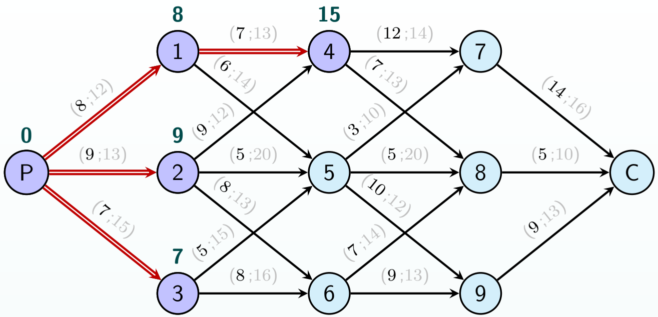
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

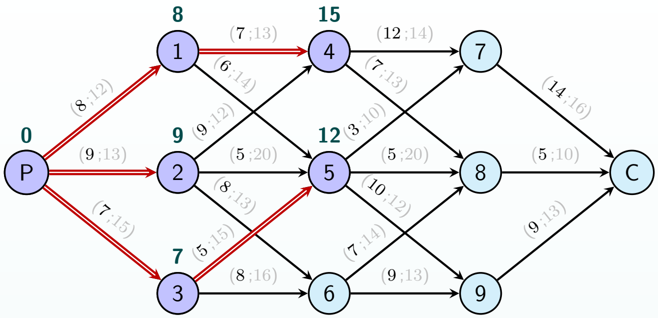
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

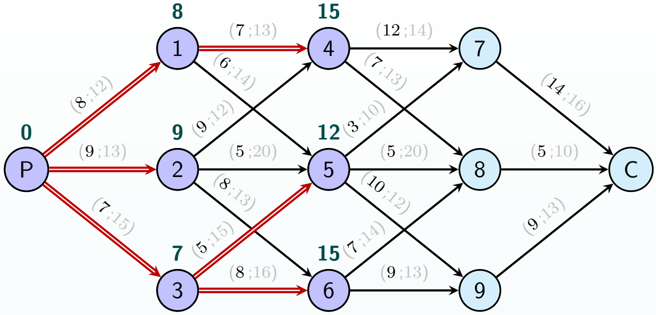
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

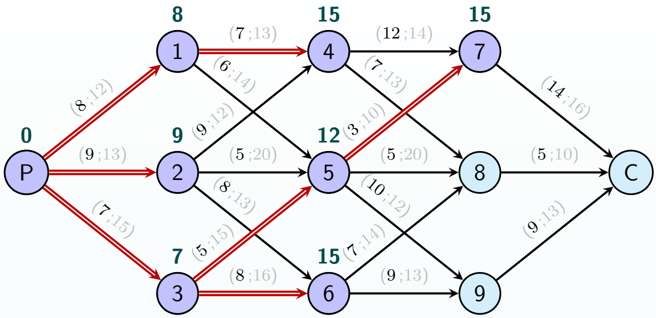
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i: x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

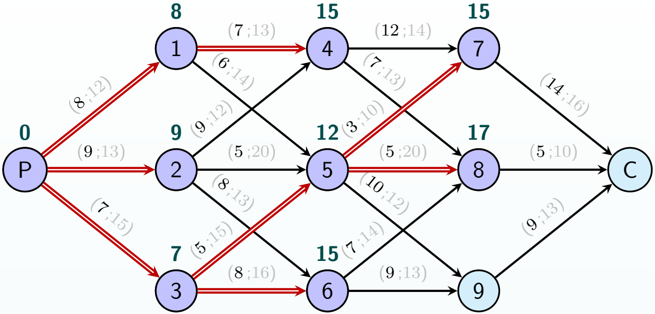
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

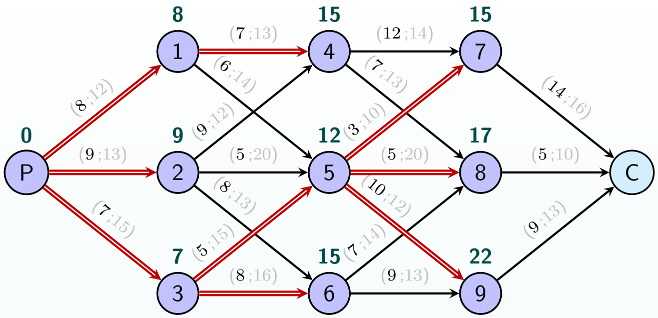
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

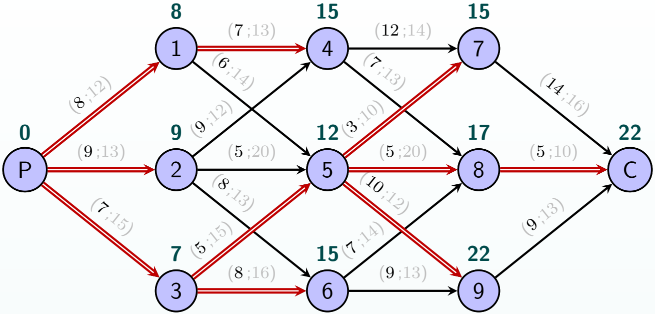
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$$\lambda_j \leftarrow \min_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

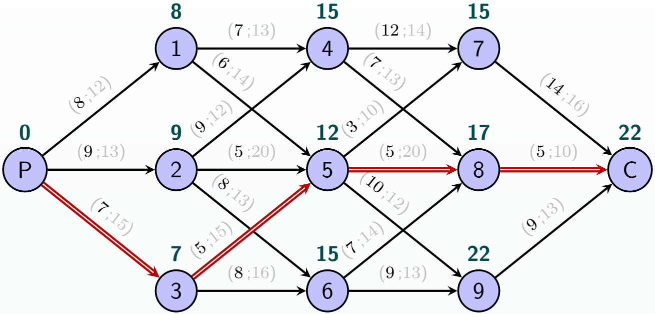
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

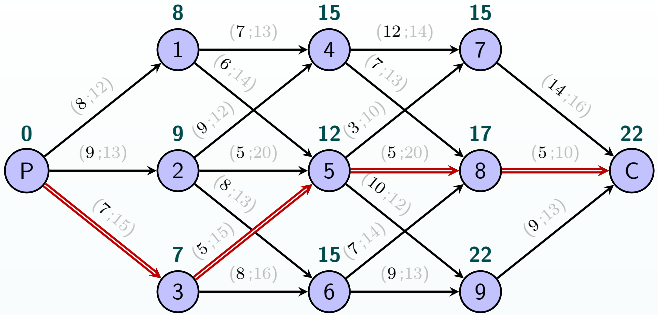
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

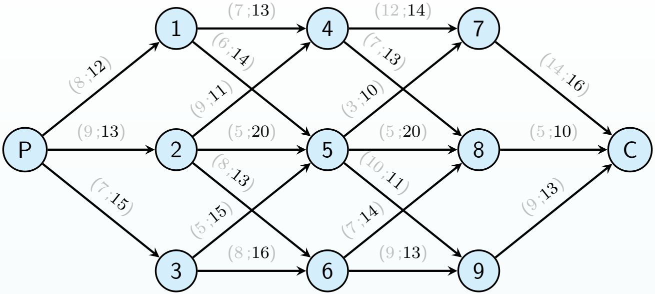
$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire optimiste



- Marge de fluctuation :
  $m(\mu^{\text{opt}}) = d_{\text{max}}(\mu^{\text{opt}}) - d_{\text{min}}(\mu^{\text{opt}}) = 60 - 22 = 38$

Itinéraire prudent



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

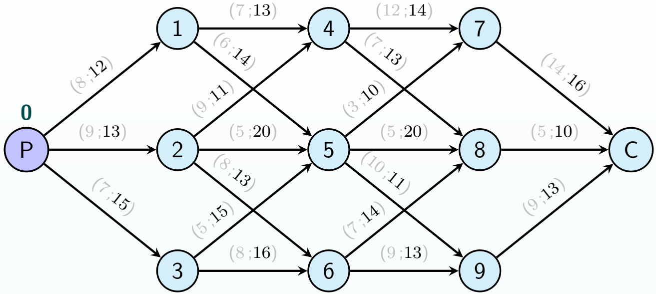
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

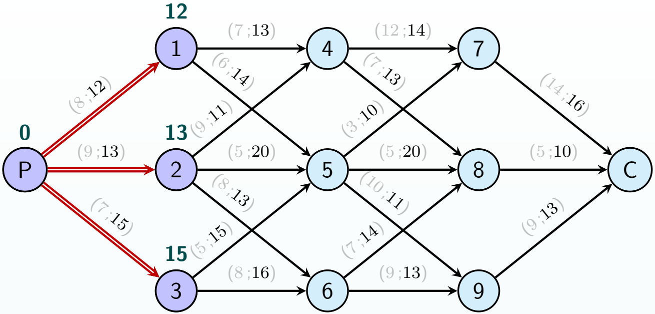
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

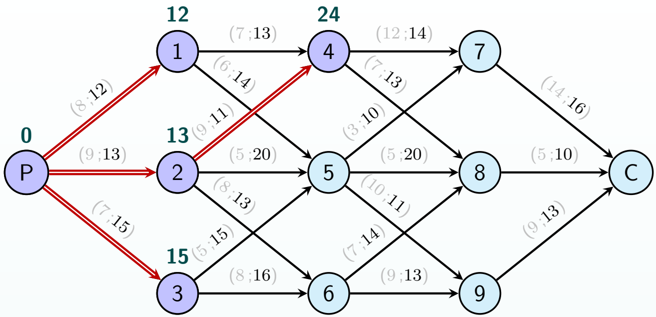
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

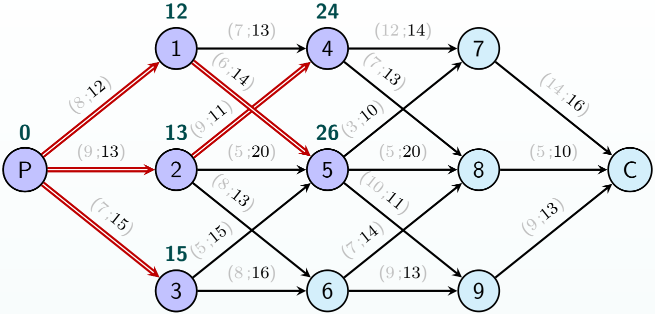
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

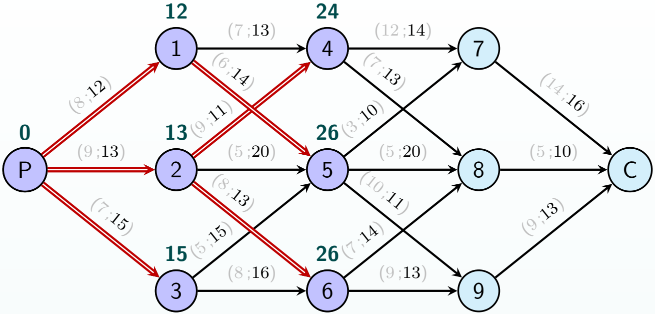
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

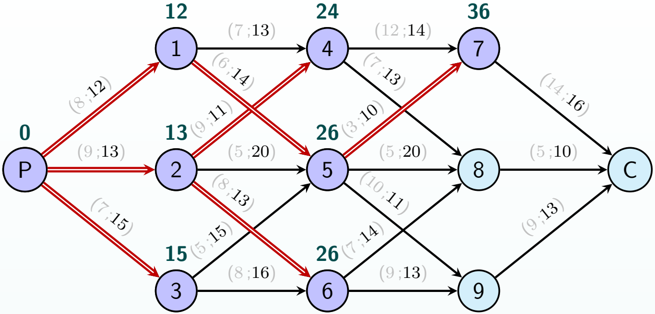
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

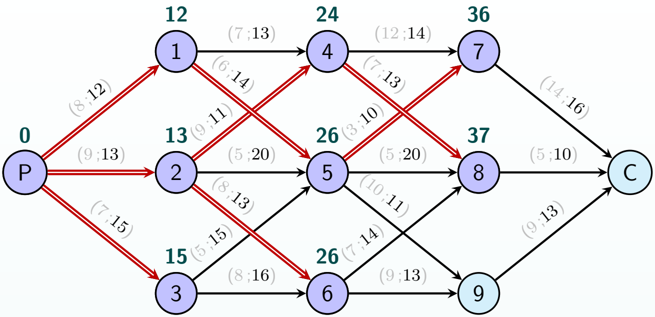
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

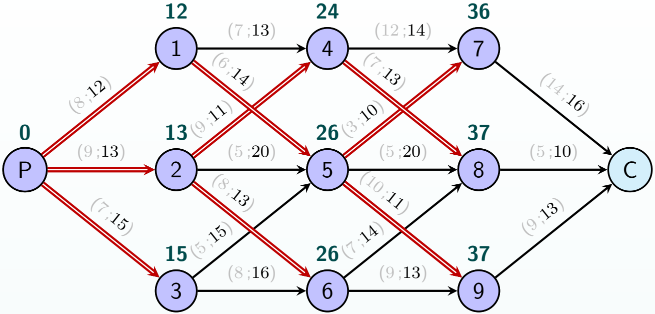
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i: x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

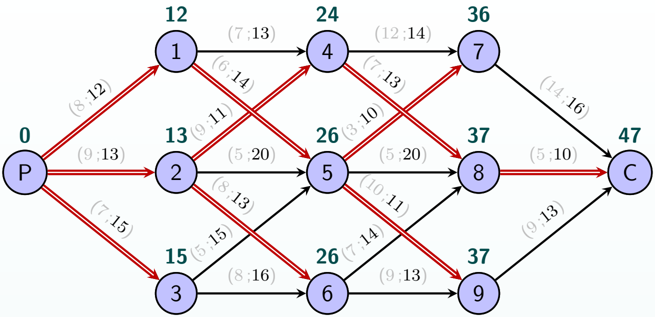
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

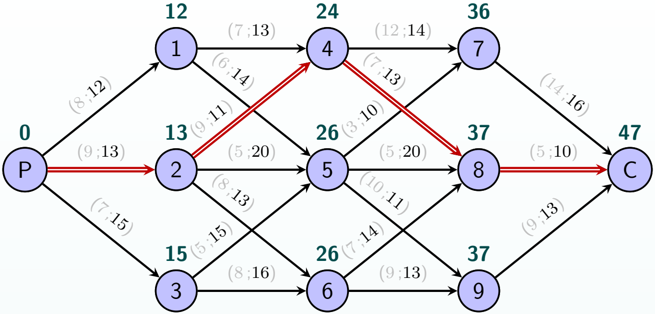
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

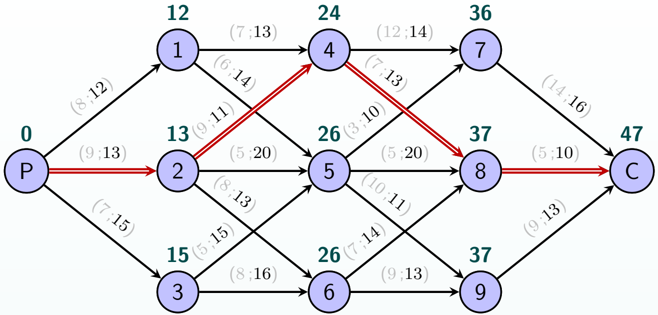
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

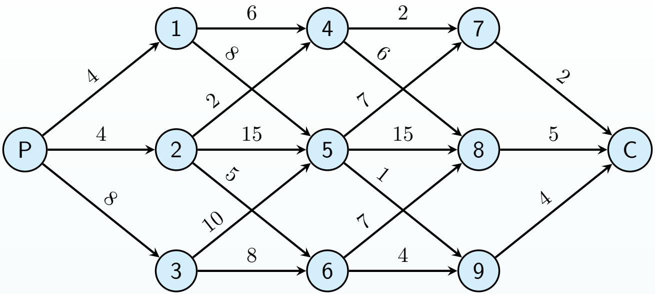
  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire prudent



- Marge de fluctuation :
  $m(\mu^{\mathsf{pru}}) = d_{\mathsf{max}}(\mu^{\mathsf{pru}}) - d_{\mathsf{min}}(\mu^{\mathsf{pru}}) = 47 - 30 = 17$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

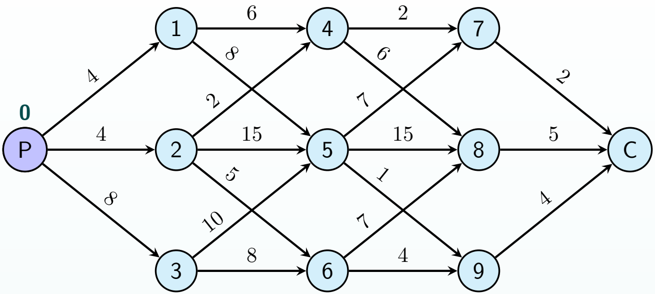
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

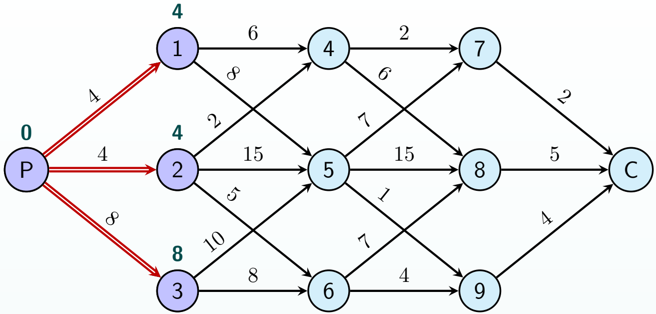
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i: x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

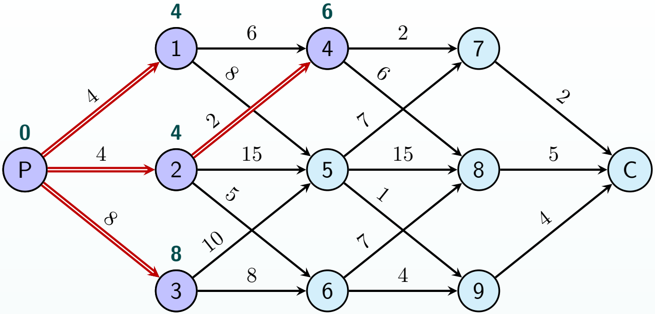
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

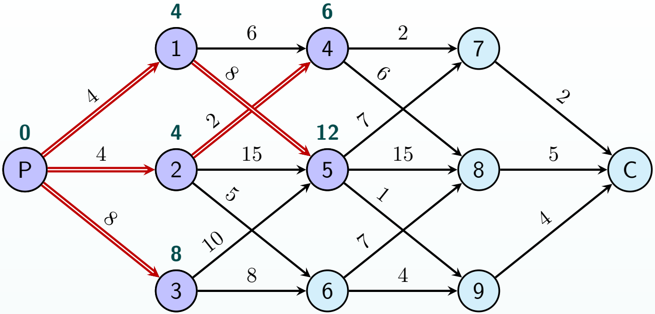
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

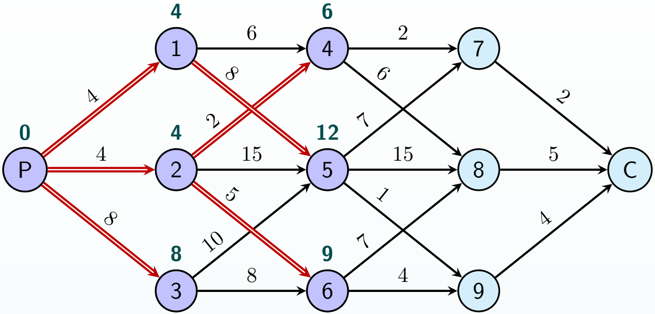
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

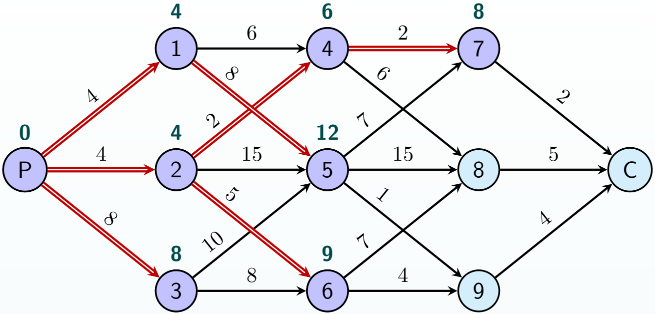
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

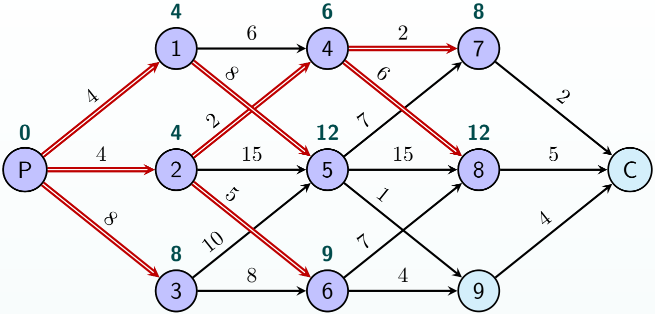
Tant que $M \neq X$ faire

  Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

  $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

  $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

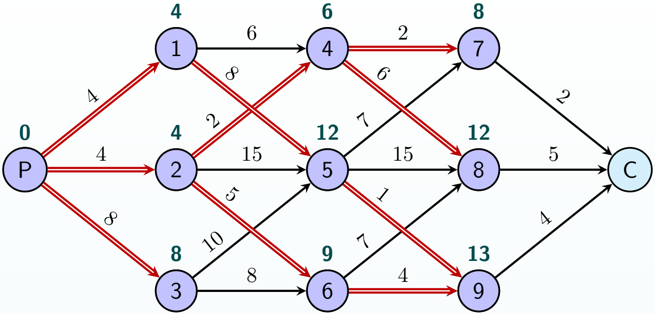
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

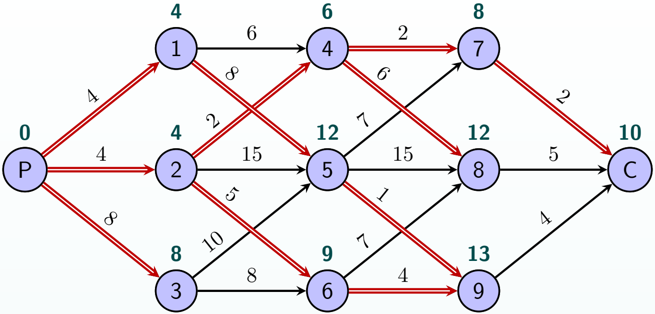
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



1: $\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

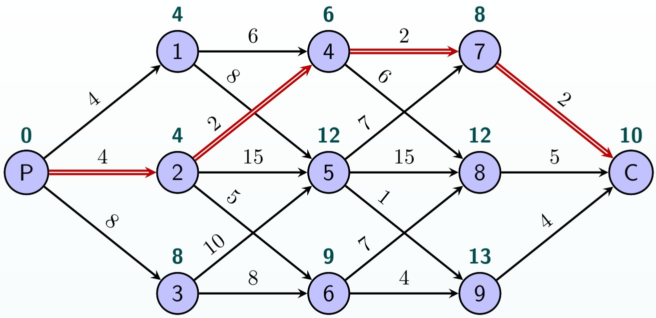
2: Tant que $M \neq X$ faire

3: Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

4: $\lambda_j \leftarrow \min_{i : x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

5: $M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



$\lambda_1 \leftarrow 0; M \leftarrow \{x_1\}$

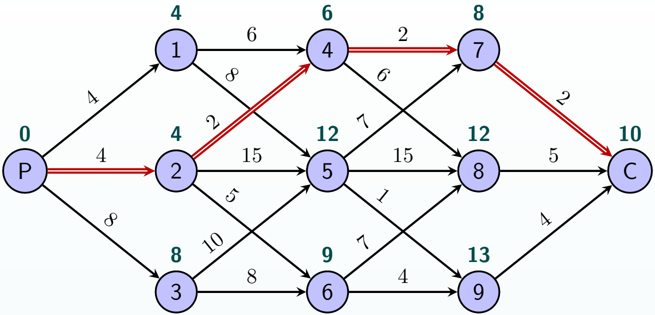
Tant que $M \neq X$ faire

Sélectionner $x_j \in X \setminus M$ tel que $P(x_i) \subset M$

$\lambda_j \leftarrow \min\limits_{i:x_i \in P_{x_j}} \{\lambda_i + v_{ij}\}$

$M \leftarrow M \cup \{x_j\}$

Itinéraire stable



- Marge de fluctuation :
  $m(\mu^{\mathsf{sta}}) = d_{\mathsf{max}}(\mu^{\mathsf{sta}}) - d_{\mathsf{min}}(\mu^{\mathsf{sta}}) = 54 - 44 = 10$

Conclusions

Trajet	min	max	μ
Optimiste	22	60	38
Prudent	30	47	17
Stable	44	54	10

- Principe de prudence
- Assimilable au calcul de la complexité

Les graphes en RO – Exercice d'application 1 : De la porte d'Orléans à la Chapelle
Damien Leprovost
21 octobre 2014

permalien :

http://www.damien-leprovost.fr/enseignements/graphes.2014.exo1.pdf